УДК 519.171, 621.317.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАСКАДНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ ОДНОТИПНЫХ ЦЕПЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХЦВЕТНЫХ ЛЕНТОЧНЫХ ГРАФОВ

КОНКИНА М.С., МЕДВЕДЕВА С.Н., ЧЕРНЕЦОВ В.И.

Пензенский казачий институт технологий (филиал) ФГБОУ ВО «Московский государственной университет технологий и управления им. К.Г. Разумовского (Первый казачий университет)»

Аннотация

Использование теории графов позволяет просто и наглядно рассчитывать и анализировать электрические схемы. Применяются обобщенные сигнальные графы (ОСГ), которые являются одним из видов топологических моделей системы линейных уравнений, описывающих состояние электрической схемы. Рассмотрен особый тип ОСГ – двухцветные ленточные графы. Такой моделью можно описывать каскадно включенные участки однотипных цепей, например, цифро-аналоговые преобразователи, модели, учитывающие диффузионный импеданс (импеданс Варбурга), МДП–структуры и др. Для двухцветных ленточных графов получены рекуррентные формулы расчета их определителей. Представление определителей двухцветных ленточных графов в виде степенных многочленов представляется полезным, так как определитель ОСГ представляет собой характеристический многочлен, характеризующий динамические характеристики исследуемой цепи. Также получены формулы для записи выражений для определителей двухцветных ленточных ОСГ в более компактной мультипликативной форме, основанной на применении теоремы Виета.

Ключевые слова: потенциально-токовый граф; обобщенный сигнальный граф; определитель графа; двухцветный ленточный граф; рекуррентные соотношения; степененной многочлен; мультипликативная форма.

Введение

В настоящее время существуют и эффективно работают разделы "математики без чисел". Один из этих разделов – теория графов, характеризуемая геометрическим подходом к изучаемым вещам и явлениям. Графоаналитические или топологические методы расчета электрических схем появились более 50 лет тому назад [1, 2], но успели завоевать широкую популярность у инженеров, что обуславливается наглядностью и простотой использования данных методов. Обобщенные сигнальные графы (ОСГ) [3, 4, 5] дают простую методику расчета и анализа электрических схем, не требующую предварительного формирования описывающих схему уравнений, представляют собой один из способов записи системы линейных уравнений или, в иной терминологии, являются топологической моделью системы линейных уравнений.

Среди множества измерительных цепей логично выделить особую группу, характеризующихся каскадным включением участков однотипных цепей, например, цифро-аналоговые преобразователи, модели, учитывающие диффузионный импеданс (импеданс Варбурга), МДП–структуры и др. [6, 7]. Соответствующие данным цепям обобщенные сигнальные графы будут содержать участки, состоящие из чередующихся токовых и потенциальных вершин, причем веса соответственно токовых и потенциальных вершин равны, а ОСГ (или его подграфы) характеризуется ленточной структурой.

Единичный ленточный граф – ленточный граф, в котором все смежные вершины связаны встречно направленными дугами с единичными по значению и противоположными по знаку весами.

Двухцветный единичный ленточный граф – единичный ленточный граф, веса вершин которого принимают лишь два значения (цвета) A и B, причем для смежных вершин $A \neq B$.

1 Методы описания двухцветных ленточных графов

Рассмотрим последовательно ряд определителей для ленточных графов, веса вершин которых имеют только два цвета a и b, что реально соответствует токовым и/или потенциальным вершинам.

Для случая, когда число вершин $n = 2$, имеем следующий граф (рис.1) и соответствующий определитель

$$\Delta_2 = ab + 1. \tag{1}$$

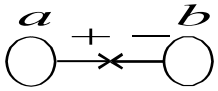


Рис.1. Двухцветный ленточный граф с числом вершин n=2.

Для случая $n = 3$ возможны два варианта ленточных ОСГ (рис.2).

В данном случае, как и в рассмотренном выше, принято, что веса всех контуров равны 1. При этом, очевидно, что направление дуг может быть произвольным.

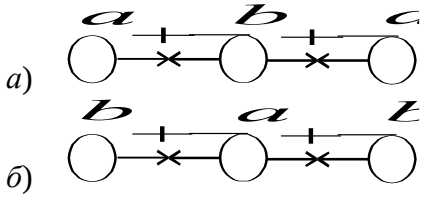


Рис.2. Двухцветный ленточный граф с числом вершин n=3.

Соответствующие определители будут описываться формулами

$$\Delta_3^{\langle a \rangle} = a(ab + 2); \tag{2}$$

$$\Delta_3^{\langle b \rangle} = b(ab + 2). \tag{3}$$

Обратим внимание, что Δ_2 является безразмерным), тогда как Δ_3 имеет размерность, в связи с этим введем разделение графов на четные и нечетные (по числу вершин n. Нечетные графы в свою очередь будем различать по типу размерности. Соответственно, если граф при $n = (2k + 1)$, где k=1,2,3…, имеет число вершин с цветом (типом) размерности a больше числа вершин с цветом b, то его размерность (цвет) будет типа a и ему будет соответствовать определитель $\Delta_i^{\langle a \rangle}$; если же будет преобладать размерность (цвет) типа b, то ему будет соответствовать определитель $\Delta_i^{\langle b \rangle}$.

2 Расчет определителей двухцветных ленточных ОСГ в рекуррентной форме

С учетом сделанных замечаний рассмотрим следующий ряд определителей для двухцветных ленточных ОСГ:

$$n = 4; \quad \Delta_4 = \Delta_2^2 + ab; \tag{4}$$

$$n = 5; \quad \Delta_5^{\langle a \rangle} = a \cdot \left(\Delta_2^2 + 2\Delta_2\right); \tag{5}$$

$$\Delta_5^{\langle b\rangle} = b\cdot\left(\Delta_2^2 + 2\Delta_2\right); \tag{6}$$

$$n = 6;\quad \Delta_6 = \Delta_3^{\langle a\rangle}\cdot\Delta_3^{\langle b\rangle}\cdot\Delta_2^2\ ; \tag{7}$$

$$n = 7;\quad \Delta_7^{\langle a\rangle} = b\cdot\left(\Delta_3^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_3^{\langle a\rangle}\cdot\Delta_2\ ; \tag{8}$$

$$\Delta_7^{\langle b\rangle} = a\left(\Delta_3^{\langle b\rangle}\right)^2 + 2\Delta_3^{\langle b\rangle}\Delta_2\ ; \tag{9}$$

$$n = 8;\quad \Delta_8 = \Delta_4^2 + \Delta_3^{\langle a\rangle}\cdot\Delta_3^{\langle b\rangle}\ ; \tag{10}$$

$$n = 9;\quad \Delta_9^{\langle a\rangle} = a\cdot\Delta_4^2 + 2\Delta_4\Delta_3^{\langle a\rangle}\ ; \tag{11}$$

$$\Delta_9^{\langle b\rangle} = b\cdot\Delta_4^2 + 2\Delta_4\Delta_3^{\langle b\rangle}\ ; \tag{12}$$

$$n = 10;\quad \Delta_{10} = \Delta_5^{\langle a\rangle}\Delta_5^{\langle b\rangle} + \Delta_4^2\ ; \tag{13}$$

$$n = 11;\quad \Delta_{11}^{\langle a\rangle} = b\left(\Delta_5^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_5^{\langle a\rangle}\Delta_4\ ; \tag{14}$$

$$\Delta_{11}^{\langle b\rangle} = a\left(\Delta_5^{\langle b\rangle}\right)^2 + 2\Delta_5^{\langle b\rangle}\Delta_4\ ; \tag{15}$$

$$n = 12;\quad \Delta_{12} = \Delta_6^2 + \Delta_5^{\langle a\rangle}\Delta_5^{\langle b\rangle}\ ; \tag{16}$$

$$n = 13;\quad \Delta_{13}^{\langle a\rangle} = a\Delta_6^2 + 2\Delta_6\Delta_5^{\langle a\rangle}\ ; \tag{17}$$

$$\Delta_{13}^{\langle b\rangle} = b\Delta_6^2 + 2\Delta_6\Delta_5^{\langle b\rangle}\ ; \tag{18}$$

$$n = 14;\quad \Delta_{14} = \Delta_7^{\langle a\rangle}\Delta_7^{\langle b\rangle} + \Delta_6^2\ ; \tag{19}$$

$$n = 15;\quad \Delta_{15}^{\langle a\rangle} = b\left(\Delta_7^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_7^{\langle a\rangle}\Delta_6\ , \tag{20}$$

и так далее.

Представленный ряд рекуррентных выражений для определителей ленточных ОСГ дает возможность выяснить следующую закономерность, а именно, периодичность повторения рекуррентных соотношений равна 4. Действительно, сгруппируем выражения в следующие ряды:

Для n=4,8,12,16,К… имеем

$$\Delta_4 = \Delta_2^2 + ab\,;$$

$$\Delta_8 = \Delta_4^2 + \Delta_3^{\langle a\rangle}\Delta_3^{\langle b\rangle}\,;$$

$$\Delta_{12} = \Delta_6^2 + \Delta_5^{\langle a\rangle}\Delta_5^{\langle b\rangle}\,;$$

$$\Delta_{16} = \Delta_8^2 + \Delta_7^{\langle a\rangle}\Delta_7^{\langle b\rangle}\,;$$

или в общем случае

$$\Delta_{4k} = \Delta_{2k}^2 + \Delta_{2k\text{-}1}^{\langle a\rangle}\Delta_{2k\text{-}1}^{\langle b\rangle}\ , \tag{21}$$

где k=1,2,3,К…

Для n=5,9,13,….. графов цвета a получаем ряд

$$\Delta_5^{\langle a\rangle} = a\Delta_2^2 + 2\Delta_2 a;$$

$$\Delta_9^{\langle a\rangle} = a\Delta_4^2 + 2\Delta_4\Delta_3^{\langle a\rangle};$$

$$\Delta_{13}^{\langle a\rangle} = a\Delta_6^2 + 2\Delta_6\Delta_5^{\langle a\rangle}.$$

Первые слагаемые в данных выражениях свидетельствуют о существовании псевдоленточного графа с единственной вершиной цвета *a*, что не мешает, однако, выявить закономерность в обобщенном виде

$$\Delta_{4k+1}^{\langle \mathrm{a}\rangle} = a\Delta_{2k}^2 + 2\Delta_{2k}\Delta_{2k\text{-}1}^{\langle \mathrm{a}\rangle}. \tag{22}$$

Для *n*=6,10,14,К имеем исходный ряд

$$\Delta_6 = \Delta_3^{\langle a\rangle}\Delta_3^{\langle b\rangle} + \Delta_2^2;$$

$$\Delta_{10} = \Delta_5^{\langle a\rangle}\Delta_5^{\langle a\rangle}\cdot\Delta_5^{\langle b\rangle} + \Delta_4^2;$$

$$\Delta_{14} = \Delta_7^{\langle a\rangle}\Delta_7^{\langle b\rangle} + \Delta_6^2 \mathrm{K},$$

и соответствующее обобщенное выражение

$$\Delta_{4\text{к}+2} = \Delta_{2\text{к}+1}^{\langle \mathrm{a}\rangle}\Delta_{2\text{к}+1}^{\langle \mathrm{b}\rangle} + \Delta_{2\text{к}}^2; \tag{23}$$

Соответственно для *n*=7,11,15,К имеем

$$\Delta_7^{\langle a\rangle} = b\left(\Delta_3^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_3^{\langle a\rangle}\Delta_2;$$

$$\Delta_{11}^{\langle a\rangle} = b\left(\Delta_5^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_5^{\langle a\rangle}\Delta_4;$$

$$\Delta_{15}^{\langle a\rangle} = b\left(\Delta_7^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_7^{\langle a\rangle}\Delta_6 \mathrm{K},$$

и обобщенное выражение

$$\Delta_{4\text{к}+3}^{\langle a\rangle} = b\left(\Delta_{2\text{к}+1}^{\langle a\rangle}\right)^2 + 2\Delta_{2\text{к}+1}^{\langle \mathrm{a}\rangle}\Delta_{2\text{к}}, \tag{24}$$

Обратим внимание на то, что выражение (24) справедливо и для случая ленточного ОСГ при *n*=3. Но это предполагает введение при *k*=0 определения фиктивного графа нулевой размерности или цветного бесцветного графа.

3 Расчет определителей двухцветных ленточных ОСГ в форме степенных многочленов.

Полученные рекуррентные выражения полезны для выявления общих закономерностей вычисления определителей двухцветных ленточных графов длиной *n*. Однако, как будет показано ниже, эти выражения по форме представления не позволяют осуществлять предельные переходы, например, для случая $n \to \infty$. Для выявления предельных свойств определителей двухцветных ленточных графов рассмотрим выражения для определителей в свернутом виде. Будем считать, что $ab = x$. При этом получим ряд [3]:

$$\Delta_2 = x + 1; \tag{25}$$

$$\Delta_3^{\langle a\rangle} = a(x+2); \tag{26}$$

$$\Delta_4 = x^2 + 3x + 1; \tag{27}$$

$$\Delta_5^{\langle a \rangle} = a\left(x^2 + 4x + 3\right); \tag{28}$$

$$\Delta_6 = x^3 + 5x^2 + 6x + 1; \tag{29}$$

$$\Delta_7^{\langle a \rangle} = a\left(x^3 + 6x^2 + 10x + 4\right); \tag{30}$$

$$\Delta_8 = x^4 + 7x^3 + 15x^2 + 10x + 1; \tag{31}$$

$$\Delta_9^{\langle a \rangle} = a\left(x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 20x + 5\right). \tag{32}$$

Ряд формул приведены в прилагаемой ниже MathCAD-программе, в которой, используя рекуррентные выражения для определителей ОСГ (21…24), путем применения операторов "polyroots(v)" и "p^T", встроенных в MathCAD [8], аналитически вычисляются определители в виде степенных многочленов. Графики полиномов, соответствующих определителям 2,3,7 порядков приведены на рис. 3,4,5 соответственно.

Программа для расчета аналитических выражений определителей
ленточных ОСГ и решений характеристических уравнений

$n := 2 \qquad \Delta_2 := x + 1$

$n := 3 \qquad \Delta_{3a} := a \cdot (x + 2) \qquad \Delta_{3b} := b \cdot (x + 2)$

$v := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p := \text{polyroots}(v) \qquad p = -2$

$n := 4 \qquad \Delta_4(x) := x^2 + 3 \cdot x + 1$

$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p := \text{polyroots}(v) \qquad p^T = (\ -2.618034 \quad -0.381966\ )$

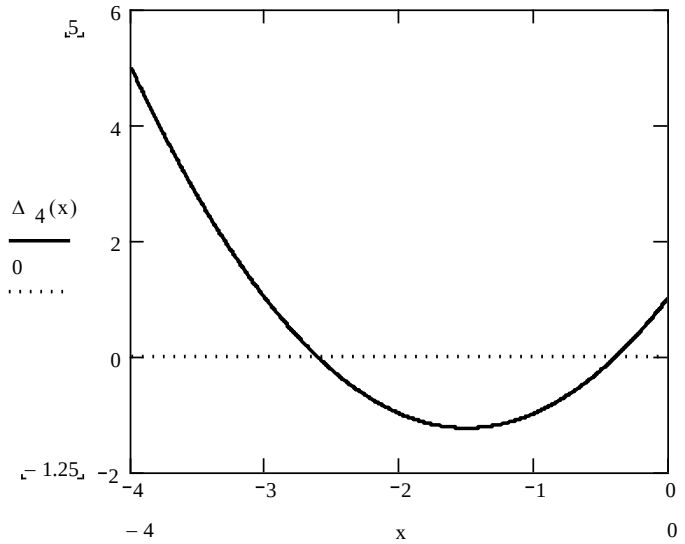


Рис.3. График полинома $\Delta_4(x)$.

$n := 5 \qquad \Delta_{5a} := a \cdot x^2 + 4 \cdot a \cdot x + 3 \cdot a \qquad \Delta_{5b} := b \cdot x^2 + 4 \cdot b \cdot x + 3 \cdot b$

$$v := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p := \text{polyroots}(v) \qquad p^T = (-3 \quad -1)$$

$n := 6 \qquad \Delta_6(x) := x^3 + 5 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 1$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p := \text{polyroots}(v) \qquad p^T = (-3.24698 \quad -1.554958 \quad -0.198062)$$

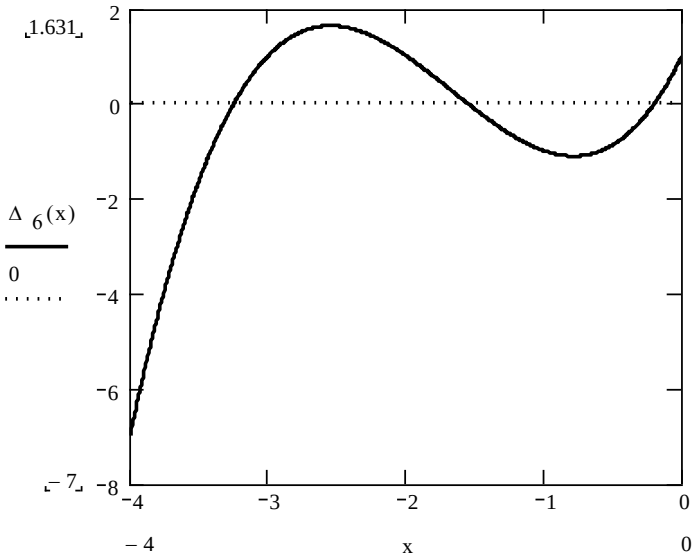


Рис.4. График полинома $\Delta_6(x)$.

$n := 14 \qquad \Delta_{14}(x) := x^7 + 13 \cdot x^6 + 66 \cdot x^5 + 165 \cdot x^4 + 210 \cdot x^3 + 126 \cdot x^2 + 28 \cdot x + 1$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 28 \\ 126 \\ 210 \\ 165 \\ 66 \\ 13 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p := \text{polyroots}(v)$$

$p^T = (-3.827089 \quad -3.338264 \quad -2.618033 \quad -1.790943 \quad -1 \quad -0.381966 \quad -0.043705)$

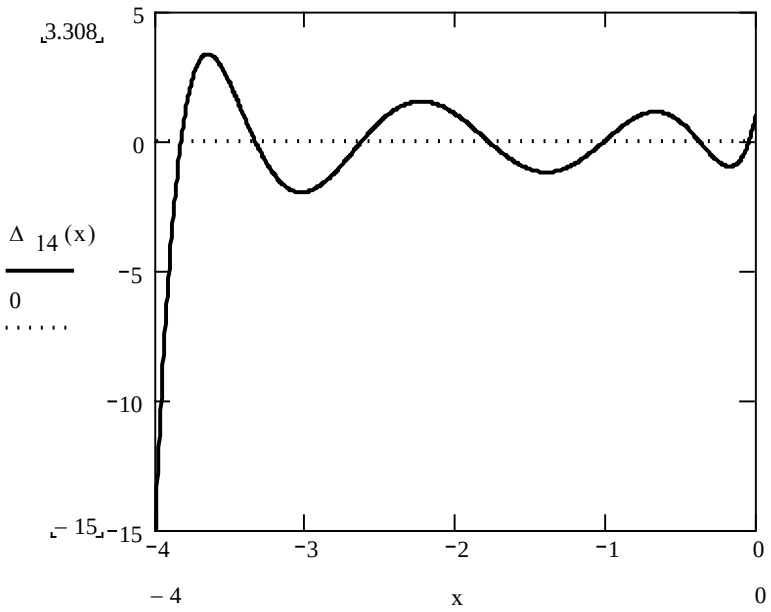


Рис.8. График полинома $\Delta_{14}(x)$.

$$n := 15$$

$$\Delta_{15a} := x^7 \cdot a + 14 \cdot x^6 \cdot a + 78 \cdot x^5 \cdot a + 220 \cdot x^4 \cdot a + 330 \cdot a \cdot x^3 + 252 \cdot a \cdot x^2 + 84 \cdot a \cdot x + 8 \cdot a$$

$$v := \begin{pmatrix} 8 \\ 84 \\ 252 \\ 330 \\ 220 \\ 78 \\ 14 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p := \text{polyroots}(v)$$

$$p^T = (-3.847757 \quad -3.414217 \quad -2.765366 \quad -2 \quad -1.234633 \quad -0.585787 \quad -0.152241)$$

4 Расчет определителей двухцветных ленточных ОСГ в мультипликативной форме

Представление определителей двухцветных ленточных графов в виде степенных многочленов представляется полезным с той точки зрения, что согласно основной топологической формулы передачи определитель ОСГ, по сути дела, представляет собой характеристический многочлен, характеризующий динамические характеристики исследуемой цепи [9]. В приведенной выше MathCAD – программе путем использования функции “polyroots(v)” проведено вычисление корней (нулей) соответствующих характеристических уравнений. Последнее позволяет записывать выражения для определителей двухцветных ленточных ОСГ в более компактной мультипликативной форме, основанной на применении теоремы Виета. Например, выражение (29) для Δ_6 с учетом вычисленных нулей можно представить в виде

$$\Delta_6 = (x + 3{,}25) \cdot (x + 1{,}55) \cdot (x + 0{,}2)\,. \qquad (33)$$

С целью наиболее общего представления выражений для определителей двухцветных ленточных графов были построены графики расположения нулей характеристических

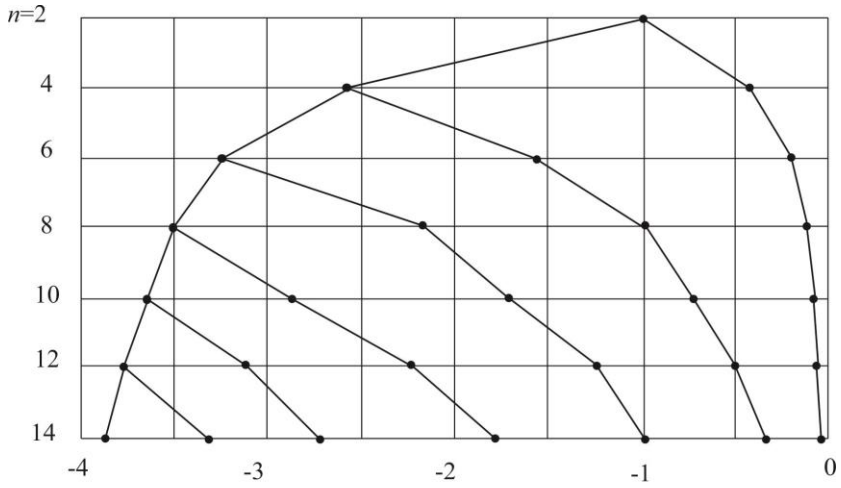
уравнений (см. рис. 2.9). Как видно из сравнения рисунков, общим свойством всех решений является их расположение в диапазоне [-4,0]. Но закономерности расположения корней существенно зависят от четности (нечетности) и порядка определителя. Так при четных n – числе вершин графа, что характерно для безразмерных двухцветных ленточных графов, корни располагаются асимметрично. В случае нечетных n корни располагаются симметрично.

Изучая закономерности расположения корней характеристических уравнений, эмпирически были получены обобщенные формулы для записи выражений для определителей двухцветных ленточных ОСГ в самом общем виде. Как показали исследования, расположение корней имеет простую геометрическую закономерность.

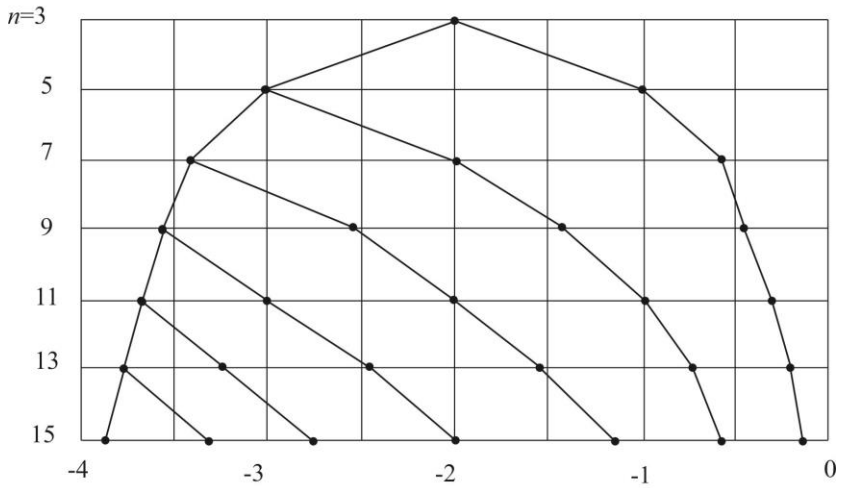
Рассмотрим случай нечетных n. На рис.10 показаны закономерности “формирования” корней характеристических уравнений для n=3,5 и 7. В комплексной области корни уравнений можно интерпретировать как проекции вершин векторов с модулем, равным 2 и вращающимся относительно центра с координатой (-2, 0).

Для рассматриваемых вариантов расположения корней, очевидно, можно записать:

$$n = 3 \quad x_{31} = -2\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right); \tag{34}$$



а)



б)

Рис.9. Распределение решений характеристических уравнений ленточных двухцветных ОСГ для четных (*а*) и нечетных (*б*) графов.

$$n = 5 \qquad \begin{cases} x_{51} = -2\left(1 - \cos\dfrac{\pi}{3}\right); \\ x_{52} = -2\left(1 - \cos\dfrac{2\pi}{3}\right); \end{cases} \tag{35}$$

$$n = 7 \qquad \begin{cases} x_{71} = -2\left(1 - \cos\dfrac{\pi}{4}\right); \\ x_{72} = -2\left(1 - \cos\dfrac{2\pi}{4}\right); \\ x_{73} = -2\left(1 - \cos\dfrac{3\pi}{4}\right). \end{cases} \tag{36}$$

Продолжая этот ряд, используя метод математической индукции, для произвольного нечетного *n* можно записать

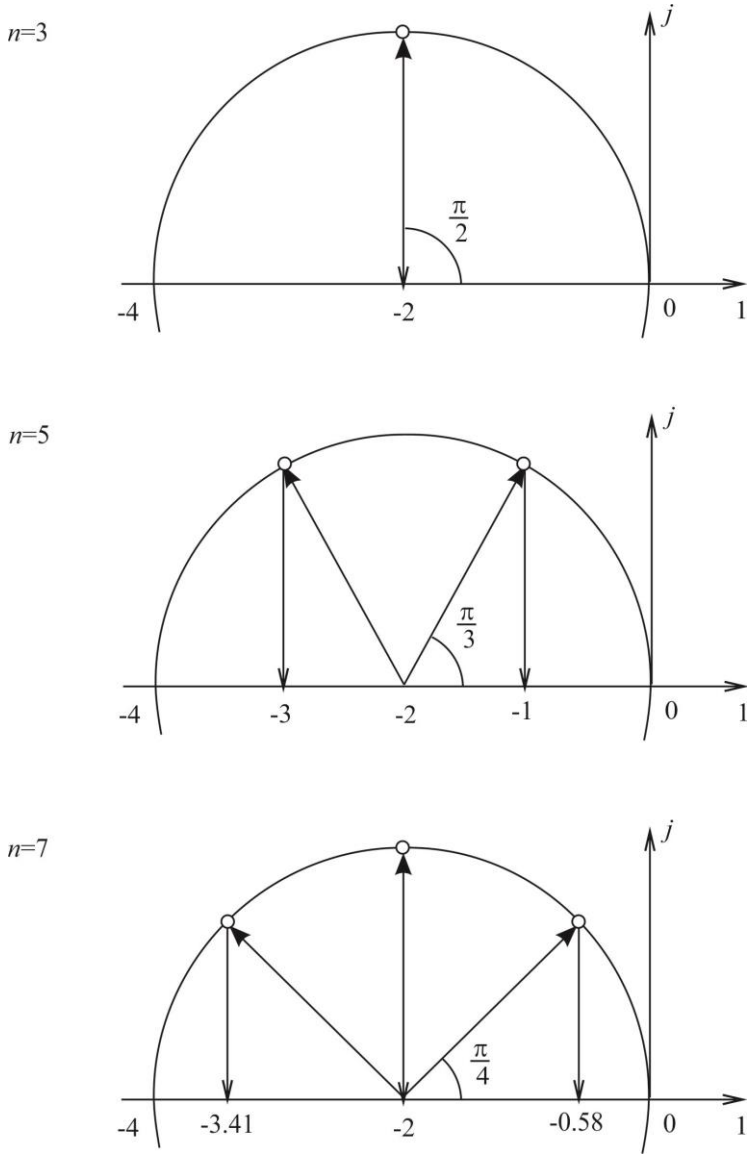


Рис.10. Определение нулей определителей ОСГ при нечетных n.

$$\begin{cases} x_{n1} = -2\left(1-\cos\dfrac{2\pi}{n+1}\right); \\ x_{n2} = -2\left(1-\cos\dfrac{4\pi}{n+1}\right); \\ \ldots \\ x_{ni} = -2\left(1-\cos\dfrac{2\pi i}{n+1}\right) \end{cases} \tag{37}$$

где $i = 1, (n-1)/2$.

Используя выражения (37), запишем обобщающую формулу для расчета определителей двухцветных ленточных ОСГ при нечетных *n* (для графа цвета *a*)

$$\Delta_n^{\langle a \rangle}(x) = a \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \left[x + 2\left(1 - \cos\frac{2\pi i}{n+1}\right)\right]. \tag{38}$$

Действуя аналогичным образом, рассмотрим случай четного числа *n*. На рис.11 представлены закономерности "формирования" корней характеристических уравнений для *n*=2,4 и 6.

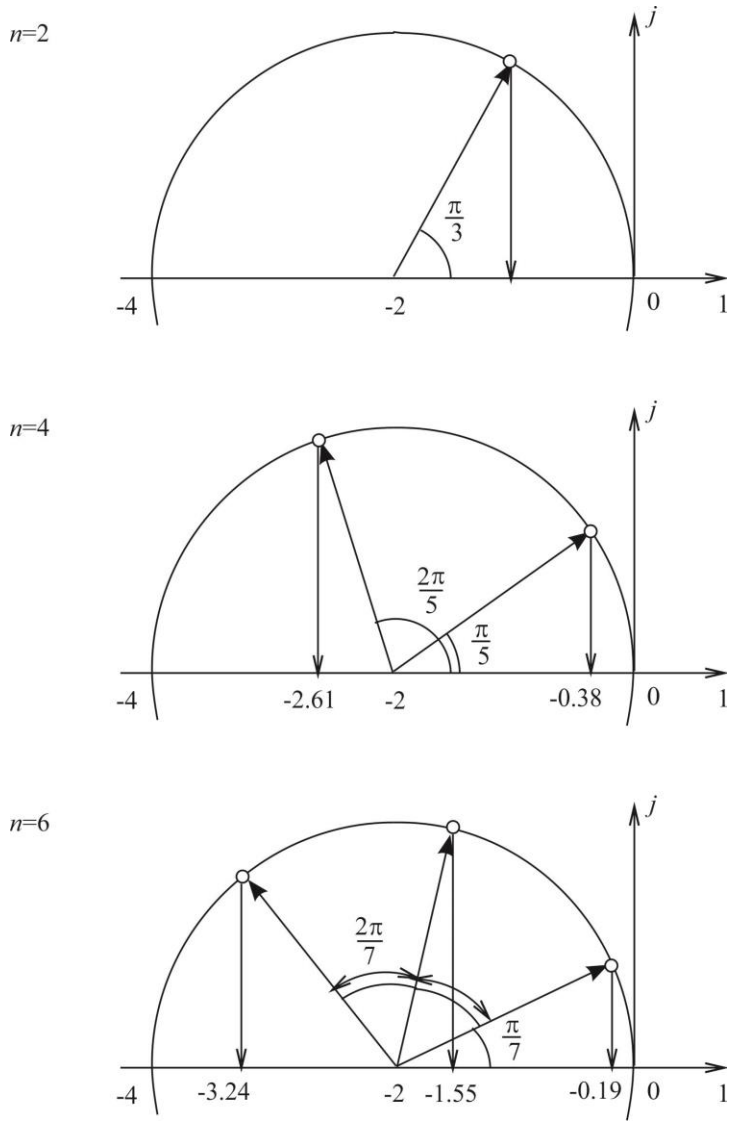


Рис.11. Определение нулей определителей ОСГ при четных *n*.

В общем случае для четных n корни будут описываться формулами

$$\begin{cases} x_{n1} = -2\left(1-\cos\dfrac{\pi}{n+1}\right); \\ x_{n2} = -2\left(1-\cos\dfrac{3\pi}{n+1}\right); \\ \ldots \\ x_{ni} = -2\left(1-\cos\dfrac{(2i-1)\pi}{n+1}\right) \end{cases} \tag{41}$$

где $i = \overline{0, n/2}$.

Из формул (41) следует, что при четных n выражение для определителя двухцветного ленточного ОСГ будет иметь вид

$$\Delta_n(x) = a\prod_{i=0}^{n/2}\left[x + 2\left(1-\cos\frac{(2i-1)\pi}{n+1}\right)\right]. \tag{42}$$

Применяя тригонометрические преобразования, перепишем полученные выражения (37) и (42) в более компактном виде:

Для нечетных n

$$\Delta_n^{\langle a\rangle}(x) = a\prod_{i=1}^{(n-1)/2}\left[x + 4\sin^2\left(\frac{\pi i}{n+1}\right)\right]. \tag{43}$$

Для четных n

$$\Delta_n(x) = \prod_{i=0}^{n/2}\left\{x + 4\sin^2\left[\frac{(2i-1)\pi}{2(n+1)}\right]\right\}. \tag{44}$$

Для подтверждения достоверности полученных обобщенных выражений (43) и (44) ниже производится MathCAD – программа, иллюстрирующая переход от выражений в мультипликативной форме к выражениям определителей в виде степенных многочленов. В программе в диалоговом режиме по корням характеристического уравнения при помощи функции "polyroots(v)" вычисляются коэффициенты соответствующего многочлена.

Программа проверки правильности вывода аналитических выражений
для определителей двухцветных ленточных графов ОСГ

$n := 10$

$\Delta_{10}(x) := x^5 + 9\cdot x^4 + 28\cdot x^3 + 35\cdot x^2 + 15\cdot x + 1$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 15 \\ 35 \\ 28 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$p := \text{polyroots}(v)$

$p^T = (-3.682507 \quad -2.83083 \quad -1.715371 \quad -0.690278 \quad -0.081014)$

Вычисление решений характеристического уравнения по формуле 41

$$x_{10,i} := -2\cdot\left[1-\cos\left[\frac{(2i-1)\cdot\pi}{11}\right]\right] \qquad i := 0..5$$

Основное свойство решений характеристических уравнений

$$\prod_{i=0}^{4} \left[(-p)_i\right] = 1$$

Вычисление коэффициентов полинома

$$(x+3.68)\cdot(x+2.83)\cdot(x+1.71)\cdot(x+0.69)\cdot(x+0.081) \qquad \begin{pmatrix} .99532399536 \\ 14.934682989 \\ 34.8803913 \\ 27.94001 \\ 8.991 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$n := 11 \qquad a := 1$

$$v := \begin{pmatrix} 6 \\ 35 \\ 56 \\ 36 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \Delta_{11a}(x) := x^5\cdot a + 10\cdot x^4\cdot a + 36\cdot x^3\cdot a + 56\cdot a\cdot x^2 + 35\cdot a\cdot x + 6\cdot a$$

$$p := \text{polyroots}(v) \qquad p^T = (\ -3.73205 \quad -3.000001 \quad -2 \quad -1 \quad -0.267949\ )$$

Вычисление решений характеристического уравнения по формуле (2.43)

$$x_{11,i} := -2\cdot\left(1-\cos\left(2\pi\,\frac{i}{12}\right)\right) \qquad i := 1..5$$

Основное свойство решений характеристических уравнений

$$\prod_{i=0}^{4} \left[(-p)_i\right] = 6$$

Вычисление коэффициентов полинома

$$(x+3.732)\cdot(x+3)\cdot(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x+0.267) \qquad \begin{pmatrix} 5.978664 \\ 34.954884 \\ 55.967664 \\ 35.990444 \\ 9.999 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Как видим, коэффициенты совпали, т.е. выражения в мультипликативной форме соответствуют выражениям определителей в виде степенных многочленов.

Заключение.

В ходе исследования методологических возможностей применения обобщенных сигнальных графов было показано, что графо-аналитические возможности используются не в полной мере и в качестве подтверждения получены следующие новые результаты, а именно: предложено выделить в особый тип двухцветные ленточные графы, с помощью которых описываются свойства электрических цепей с каскадными структурами; разработан категориальный аппарат для описания двухцветных ленточных ОСГ и предложена классификация двухцветных ленточных ОСГ, предназначенных для описания пассивных электрических цепей; разработаны методики расчета определителей

двухцветных ленточных графов, позволяющие представлять выражения либо в рекуррентной форме, либо в виде степенных многочленов, либо в мультипликативной форме.

Список литературы

1. Mason S. J. Feedback Theory: Some Properties of Signal-Flow Graphs. – «Proc. IRE», 1953, v. 41, p. 1144–1156
2. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1971. – 448 с.
3. Анисимов В.И. Топологический расчет электронных схем. – Л.: Энергия, 1977, - 240 с.
4. Анализ электрических цепей методом сигнальных графов: Учебное пособие// Под. ред. В.И.Чернецова, Авторы: Андреев А.Н, Медведева С.Н., Михотин В.Д., Пискарев С.П. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2002, – 114 с.
5. Сравнительный анализ графоаналитических методов исследования электрических цепей / М.С.Конкина, С.Н.Медведева. – Измерение. Мониторинг. Контроль. Управление, №2, 2018.
6. Двухцветные ленточные графы для описания систем с распределенными параметрами / С.Н. Медведева, В.Д. Михотин, В.И. Чернецов // В кн. материалов XII Междунар. школы-семинара "Синтез и сложность управляющих систем". – М.: Изд-во центра прикладных исследований при мех.-мат. ф-те МГУ, 2002. – с.159-163.
7. Использование булевых функций для разметки обобщенных сигнальных графов / С.Н. Медведева, А.П. Мамыкин, А.В. Чернецов, В.И. Чернецов // В кн. "Надежность и качество": докл. Междунар. симпоз., – Пенза, 2004, – с.48-49.
8. Кирьянов Д.В. MathCAD-15. – БХВ-Петербург, 2012.
9. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.

MODELING OF CASCADE CONNECTIONS OF THE SAME TYPE OF CHAINS USING THE TWO-TONE RIBBON GRAPHS

KONKINA M.S., MEDVEDEVA S.N., CHERNETSOV V. I.

Penza Cossack Institute of Technology (Branch) Moscow State University of Technologies and Management named after K.G. Razumovskiy (First Cossack University)

Annotation

The use of graph theory allows simple and visual calculation and analysis of electrical circuits. Generalized signal graphs (OSG) are used, which are one of the types of topological models of the system of linear equations describing the state of the electrical circuit. A special type of OSG – two-color ribbon graphs is considered. This model can describe the cascade included sites of similar circuits, for example, digital-to-analog converters, the model takes into account diffusion impedance (Warburg impedance), MOS–structures, etc., For a two-tone ribbon graphs obtained a recurrence formula for calculating their determinants. Representation of determinants of two-color ribbon graphs in the form of power polynomials is useful, since the determinant of OSG is a characteristic polynomial that characterizes the dynamic characteristics of the circuit under study. Formulas for writing expressions for determinants of two-color ribbon OSG in a more compact multiplicative form based on the application of the Viet theorem are also obtained.

Key words: potential-current graph; a generalized signal graph; the determinant of the graph; two-tone ribbon graph; recurrence relations; exponential polynomial; the multiplicative form

List of references

1. Mason S. J. Feedback Theory: Some Properties of Signal-Flow Graphs. – «Proc. IRE», 1953, v. 41, p. 1144–1156
2. Seshu S., Reed M. B. Linear graphs and electrical circuits. - Moscow: Higher school, 1971. - 448 p.
3. Anisimov, V. I., Topological calculation of electronic circuits. - L.: Energy, 1977, - 240 p.

4. Analysis of electrical circuits by signal graphs: tutorial / / Pod. edited by V. I. Chernetsov, Authors: Andreev A. N., Medvedeva S. N., Mikhotin V. D., Piskarev S. P. – Penza: Publishing house Penz. state University, 2002, 114 p.

5. Comparative analysis of graph-analytical methods of investigation of electrical circuits / M. S. Konkina, S. N. Medvedeva. – Measurement. Monitoring. Control. Management, No. 2, 2018.

6. Two-tone ribbon graphs for the description of distributed parameter systems / S. N. Medvedeva, V. D. Mikhotin, V. I. Chernetsov. // In the book. materials of the XII Intern. school-seminar "Synthesis and complexity of control systems". - Moscow: Publishing house of the center for applied research in fur.-mate. faculty, Moscow state University, 2002. – p. 159-163.

7. The use of Boolean functions for layout of generalized signal graphs / S. N. Medvedeva, A. P. Mamykin, A. V. Chernetsov, V. I. Chernetsov // In the book. "Reliability and quality": Rep. International. the international Symposium.– Penza, 2004, S. 48-49.

8. Kiryanov D. V. MathCAD-15. - BHV-Petersburg, 2012.

9. Besekersky V. A., Popov E. P. Theory of automatic control systems. - Moscow: Science, 1975. - 768 p.